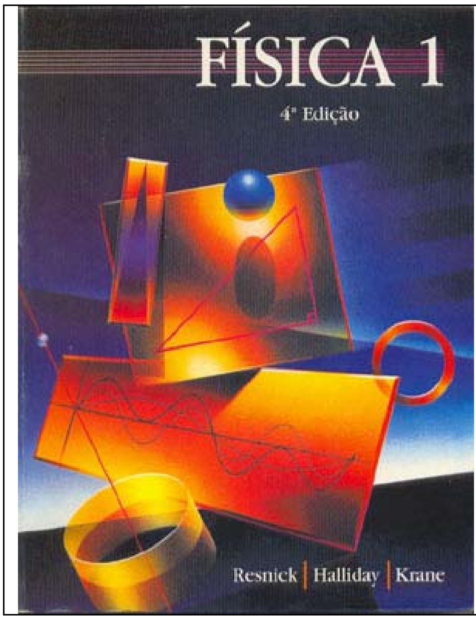
PROBLEMAS RESOLVIDOS DE FÍSICA
Prof. Anderson Coser Gaudio
Departamento de Física – Centro de Ciências Exatas – Universidade Federal do Espírito Santo
http://www.cce.ufes.br/anderson
anderson@npd.ufes.br **Última atualização: 21/07/2005 15:39 H**



RESNICK, HALLIDAY, KRANE, FÍSICA, 4.ED., LTC, RIO DE JANEIRO, 1996.

FÍSICA 1

Capítulo 9 - Sistemas de Partículas

Problemas

01	**02**	**03**	04	05	06	**07**	08	**09**	10
11	**12**	**13**	**14**	15	16	**17**	**18**	**19**	**20**
21	22	**23**	24	25	26	27	28	**29**	**30**
31	32	33	34	35	36	37	38	**39**	40
41	42	**43**	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

Problemas Resolvidos

2. Onde está o centro de massa das três partículas mostradas na Fig. 26?

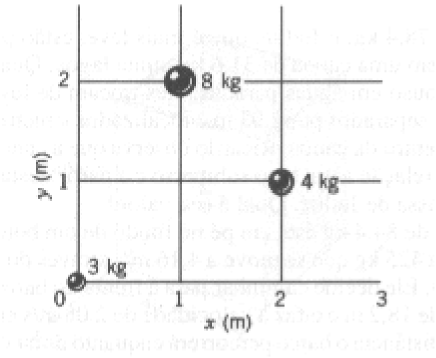


Fig. 26 Problema 2.

(**Pág. 187**)

Solução.

A posição do centro de massa ($\mathbf{r}_{\mathbf{CM}}$) é definida por:

$$\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} = x_{CM}\,\mathbf{i} + y_{CM}\,\mathbf{j}$$

A componente x_{CM} vale:

$$x_{CM} = \frac{1}{\sum m_i}\sum m_i x_i$$

$$x_{CM} = \frac{1}{(m_1 + m_2 + m_3)}(m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3)$$

$$x_{CM} = 1,0666\cdots m$$

A componente y_{CM} vale:

$$y_{CM} = \frac{1}{\sum m_i}\sum m_i y_i$$

$$y_{CM} = \frac{1}{(m_1 + m_2 + m_3)}(m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3)$$

$$y_{CM} = 1,3333\cdots m$$

Logo:

$$\boxed{\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} \approx (1\text{ m})\,\mathbf{i} + (1\text{ m})\,\mathbf{j}}$$

[Início]

3. Qual é a distância do centro de massa do sistema Terra-Lua ao centro da Terra? (Veja no Apêndice C as massas da Terra e da Lua e a distância entre os seus centros. É interessante comparar o resultado com o raio da Terra.

(**Pág. 187**)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:

A posição do centro de massa do sistema Terra-Lua é x_{CM}. Como a origem do referencial x está no centro da Terra, a distância procurada (d) vale:

$$d = x_{CM}$$

A posição do centro de massa é dada por:

$$x_{CM} = \frac{1}{\sum m_i} \sum m_i x_i$$

$$x_{CM} = \frac{1}{(m_T + m_L)} (m_T x_T + m_L x_L)$$

$$x_{CM} = \frac{1}{\left[(5{,}98\times10^{24}\text{ kg}) + (7{,}36\times10^{22}\text{ kg})\right]} \times$$

$$\times\left[(5{,}98\times10^{24}\text{ kg}).0 + (7{,}36\times10^{22}\text{ kg})(3{,}82\times10^{8}\text{ m})\right]$$

$$x_{CM} = 4{,}6443\cdots\times10^{6}\text{ m}$$

$$\boxed{x_{CM} = d \approx 4{,}64\times10^{6}\text{ m}}$$

Como o raio da Terra é $6{,}37\times10^{6}$ m, conclui-se que x_{CM} encontra-se no interior da Terra, a uma distância aproximadamente igual a 0,7 R_T do centro do planeta.

[Início]

7. Um homem de massa m segura-se numa escada de corda, que pende de um balão de massa M (veja a Fig. 27). O balão está estacionário em relação ao chão. (a) Se o homem começar a subir a escada com velocidade constante v (em relação à escada), em qual direção e a que velocidade (em relação à Terra) o balão se moverá? (b) Qual ser

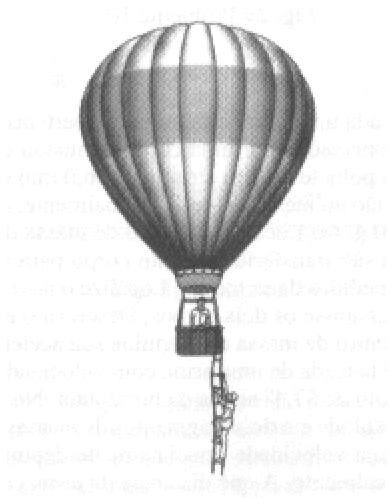
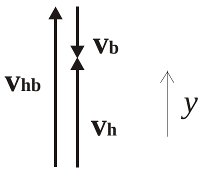


Fig. 27 Problema 7.

(**Pág. 187**)

Solução.

(a) Considere o seguinte esquema de velocidades:



Observa-se a seguinte relação de velocidades na presente situação, em que v_b é a velocidade do balão, v_h é a velocidade do homem e v_{hb} é a velocidade do homem em relação ao balão (que o problema chamou simplesmente de v), sendo todas as velocidades verticais:

$$v_b + v_{hb} = v_h$$

$$v_b + v = v_h \qquad (1)$$

Como não há força externa resultante atuando sobre o sistema, a velocidade do centro de massa (nula) não se altera com o movimento do homem:

$$v_{CM,0} = v_{CM}$$

$$0 = Mv_b + mv_h \qquad (2)$$

Substituindo-se (1) em (2):

$$0 = Mv_b + mv_b + mv$$

$$\boxed{v_b = -\frac{mv}{m+M}}$$

O sinal negativo indica que o balão se move para baixo, no sentido negativo do referencial y.

(b) Após o homem parar de subir pela escada o balão volta ao estado estacionário, pois o centro de massa do sistema deve permanecer em repouso o tempo todo.

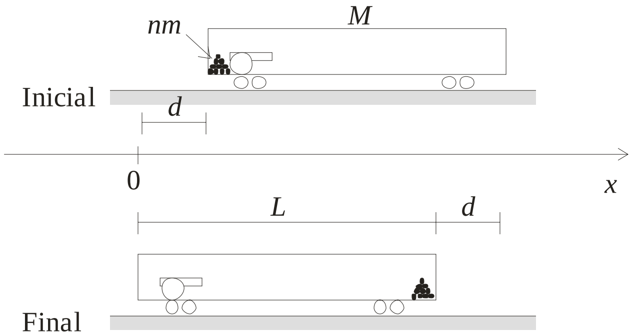
[Início]

9. Um canhão e seu suprimento de balas estão dentro de um vagão fechado, de comprimento L, como mostra a Fig. 28. Atira-se com o canhão para a direita e o vagão recua para a esquerda. As balas permanecem no vagão depois de atingirem a parede oposta. Depois que todas as balas forem disparadas, qual é a maior distância que o carro pode ter percorrido a partir de sua posição inicial? (b) Qual é a velocidade do carro depois que todas as balas foram disparadas?

(**Pág. 188**)

Solução.

Considere o seguinte esquema:



Como só estão envolvidas forças internas ao sistema durante os disparos, a posição do centro de massa do sistema não muda.

$$x_{CMi} = x_{CMf}$$

O sistema é composto por um vagão (V) de massa M e por n balas (B), cada uma de massa m. Logo:

$$\frac{1}{M+nm}\left(Mx_{CMVi} + nmx_{CMBi}\right) = \frac{1}{M+nm}\left(Mx_{CMVf} + nmx_{CMBf}\right)$$

$$M\left(d + \frac{L}{2}\right) + nmd = M\frac{L}{2} + nmL$$

$$Md + nmd = nmL$$

$$d = \frac{L}{1 + \frac{M}{nm}}$$

A maior distância d é atingida quando o número de balas tende ao infinito ($nm \to \infty$). Neste caso:

$$\boxed{d \to L}$$

(b) Como as balas não podem sair do vagão e o centro de massa permanece em repouso, o vagão também deverá permanecer em repouso.

$$\boxed{v_f = 0}$$

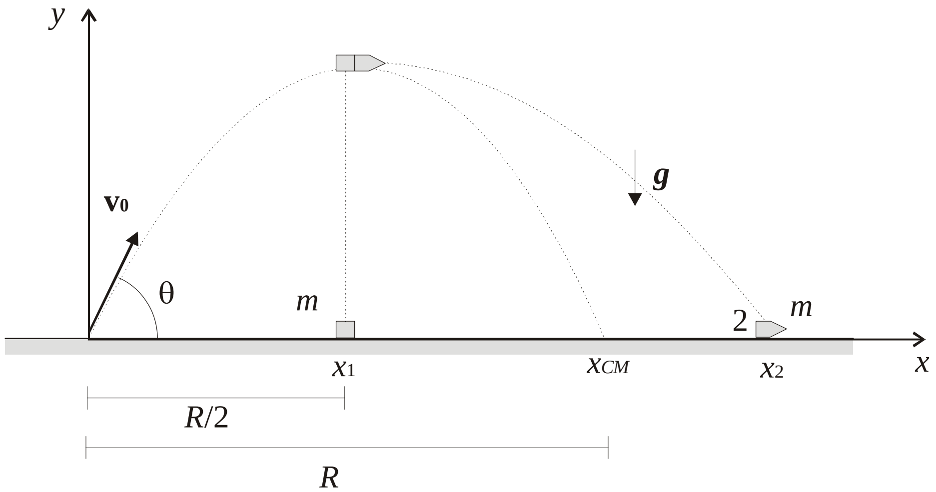
[Início]

12. Uma bomba é lançada de uma arma com velocidade inicial de 466 m/s, num ângulo de 57,4^o com a horizontal. No topo da trajetória, a bomba explode em dois fragmentos de massas iguais. Um dos fragmentos, cuja velocidade imediatamente depois da explosão é nula, cai verticalmente. A que distância da arma cairá o outro, supondo que o terreno seja plano?

(**Pág. 188**)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



Se a bomba não tivesse explodido, seu alcance R seria dado por:

$$R = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta}{g}$$

Após a explosão, o centro de massa do sistema, que não sofreu interferência de forças externas, continua sua trajetória original. Após os pedaços da bomba terem caído no chão, a localização do centro de massa do sistema será na coordenada $x_{CM} = R$. Sabendo-se que a localização do pedaço 1 da bomba está localizado em $x_1 = R/2$, vamos usar essas informações para calcular a posição x_2 do pedaço 2.

$$Mx_{CM} = m_1 x_1 + m_2 x_2$$

$$2mR = m\frac{R}{2} + mx_2$$

$$x_2 = \frac{3R}{2}$$

Ou seja:

$$x_2 = \frac{3v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta}{2g} = 30.142,0988\cdots \text{m}$$

$$x_2 \approx 30,1 \text{ km}$$

[Início]

13. Uma corrente flexível de comprimento L, com densidade linear λ, passa por uma polia pequena e sem atrito (veja a Fig. 30). Ela é abandonada, a partir do repouso, com um comprimento x pendendo de um lado e $L - x$, do outro. Determine a aceleração a em função de x.

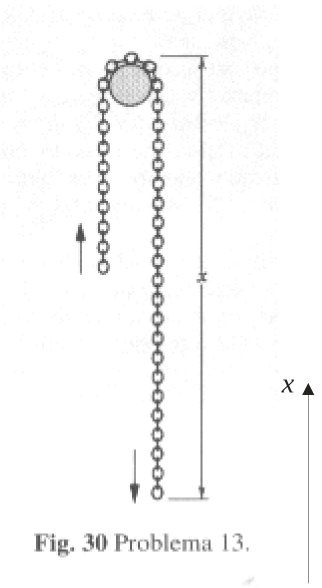


Fig. 30 Problema 13.

(**Pág. 188**)

Solução.

A força que acelera a corrente é o peso da porção de comprimento 2*x* – *L*.

$$\sum F_x = ma_x$$

$$-P_{(2x-L)} = -m_{(2x-L)}g = m_{(L)}a \qquad (1)$$

Na Eq. (1), $m_{(2x-L)}$ é a massa da porção da corrente de comprimento 2*x* – *L* e $m_{(L)}$ é a massa total da corrente (comprimento *L*). Como:

$$\lambda = \frac{m_{(L)}}{L} = \frac{m_{(2x-L)}}{2x-L},$$

Temos:

$$m_{(L)} = \frac{L}{2x-L} m_{(2x-L)} \qquad (2)$$

Substituindo-se (2) em (1):

$$-m_{(2x-L)}g = \frac{L}{2x-L} m_{(2x-L)}a$$

$$a = -\frac{(2x-L)}{L}g$$

$$\boxed{a = \left(1 - \frac{2x}{L}\right)g}$$

[Início]

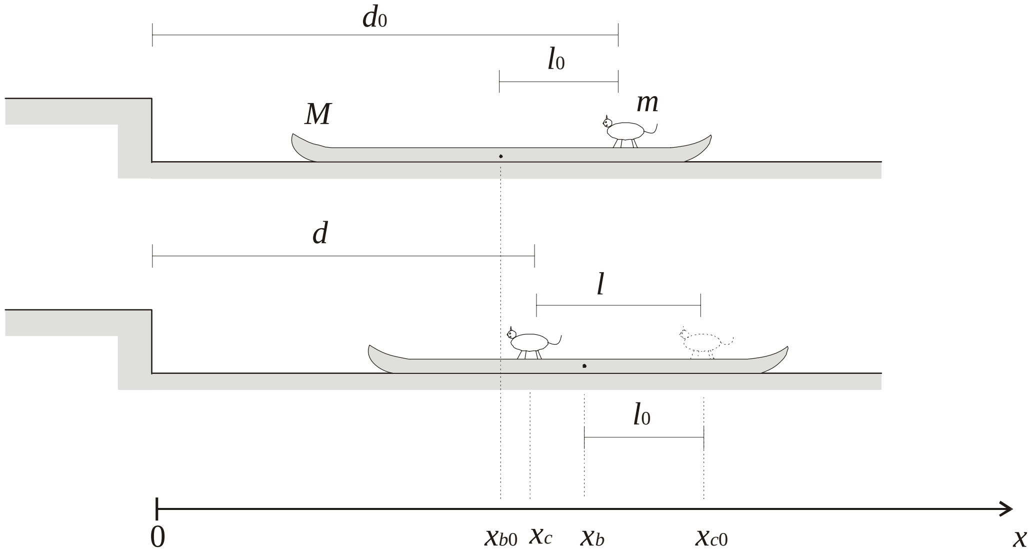
14. Um cachorro que pesa 5,0 kg está em um barco chato a 6,0 m da margem. Ele caminha 2,5 m no barco em direção à margem e pára. O barco pesa 20 kg e podemos supor que não haja atrito entre ele e a água. A que distância ele estará da margem ao fim desse tempo? (*Sugestão*: O centro de massa do barco + cachorro não se move. Por que?) A margem está também à esquerda da Fig. 31.

Fig. 31 Problema 14.

(Pág. 188)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



Como não força externa resultante atuando no sistema, a aceleração do centro de massa do sistema é nula. Como o centro de massa está inicialmente em repouso, ele permanece em repouso durante todo o tempo independentemente do movimento do cachorro em relação ao barco.

$$x_{CM\,0} = x_{CM}$$

$$m_b x_{b0} + m_c x_{c0} = m_b x_b + m_c x_c$$

Considerando-se a massa do cachorro $m_c = m$ e a massa do barco $m_b = M$ e analisando-se o esquema acima:

$$M\left(d_0 - l_0\right) + md_0 = M\left(d + l - l_0\right) + md$$

$$\left(m + M\right)d = \left(m + M\right)d_0 - Ml$$

$$d = d_0 - \frac{Ml}{m + M}$$

$$\boxed{d = 4{,}0\ \text{m}}$$

[Início]

17. Três varas finas, cada uma de comprimento L, estão arranjadas na forma de um U invertido, como mostra a Fig. 32. Cada uma das duas varas que formam os braços do U tem massa M e a terceira vara tem massa $3M$. Onde está localizado o centro de massa do conjunto?

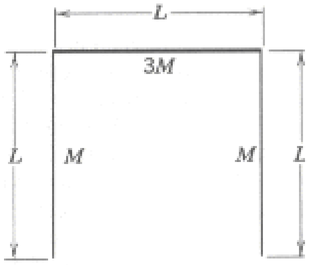
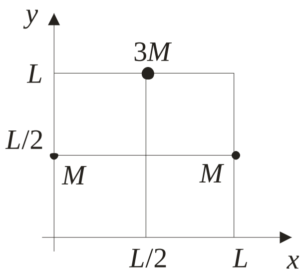


Fig. 32 Problema 17.

(Pág. 189)

Solução.

Como as varas são homogêneas, o centro de massa de cada uma delas está localizado na metade de seus respectivos comprimentos, como mostra o esquema a seguir:



Logo:

$$x_{CM} = \frac{1}{\sum m_i} \sum m_i x_i = \frac{1}{(m_1 + m_2 + m_3)} (m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3)$$

$$x_{CM} = \frac{1}{5M} \left(M.0 + 3M \frac{L}{2} + ML \right)$$

$$\boxed{x_{CM} = \frac{L}{2}}$$

De forma semelhante:

$$y_{CM} = \frac{1}{5M} \left(M.\frac{L}{2} + 3ML + M \frac{L}{2} \right)$$

$$\boxed{x_{CM} = \frac{4L}{5}}$$

[Início]

18. A Fig. 33 mostra uma placa de dimensões 22,0 cm × 13,0 cm × 2,80 cm. Metade da placa é feita de alumínio (densidade = 2,70 g/cm^3) e a outra metade de ferro (densidade = 7,85 g/cm^3), como mostrado. Onde está o centro de massa da placa?

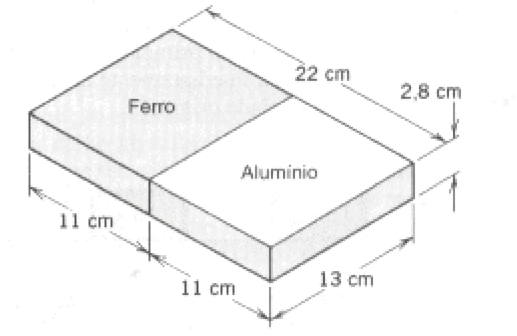
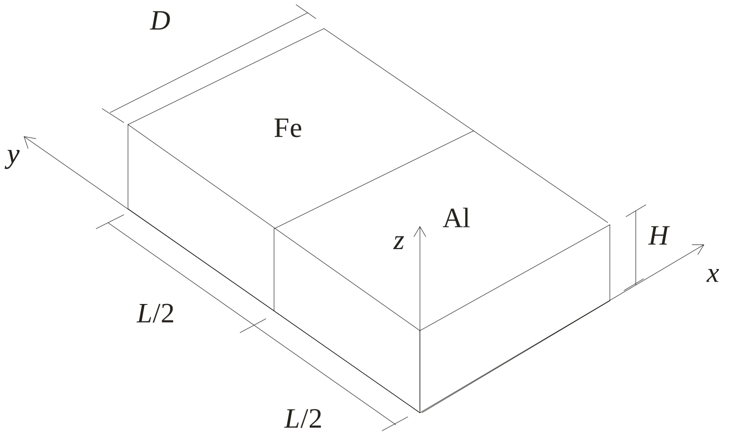


Fig. 33 Problema 18.

(**Pág. 189**)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:

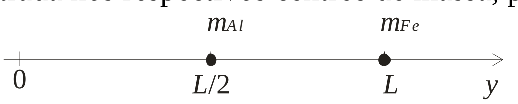


Aplicando-se argumentos de simetria, deduz-se que:

$$\boxed{x_{CM} = \frac{D}{2} = 6,50 \text{ cm}}$$

$$\boxed{z_{CM} = \frac{H}{2} = 1,40 \text{ cm}}$$

O cálculo de y_{CM} pode ser feito considerando-se que a massa de cada metade da placa esteja concentrada nos respectivos centros de massa, projetados no eixo y.



Logo:

$$y_{CM} = \frac{1}{\sum m_i} \sum m_i y_i = \frac{1}{(m_{Al} + m_{Fe})}(m_{Al} y_{Al} + m_{Fe} y_{Fe})$$

$$y_{CM} = \frac{1}{\frac{LDH}{2}(\rho_{Al} + \rho_{Fe})}\left[\left(\rho_{Al}\frac{LDH}{2}\right)\frac{L}{4} + \left(\rho_{Fe}\frac{LDH}{2}\right)\frac{3L}{4}\right] \qquad (1)$$

Na Eq. (1), $\rho_{Al}LDH/2$ é a massa da placa de alumínio (densidade × volume). Logo:

$$y_{CM} = \frac{L}{4}\frac{\rho_{Al} + 3\rho_{Fe}}{\rho_{Al} + \rho_{Fe}} = 13,6848\cdots \text{cm}$$

$$\boxed{y_{CM} \approx 13,7\ \text{cm}}$$

[Início]

19. Uma caixa, na forma de um cubo cuja aresta mede 40 cm, tem o topo aberto e foi construída de uma placa metálica fina. Encontre as coordenadas do centro de massa da caixa em relação ao sistema de coordenadas mostrado na Fig. 34.

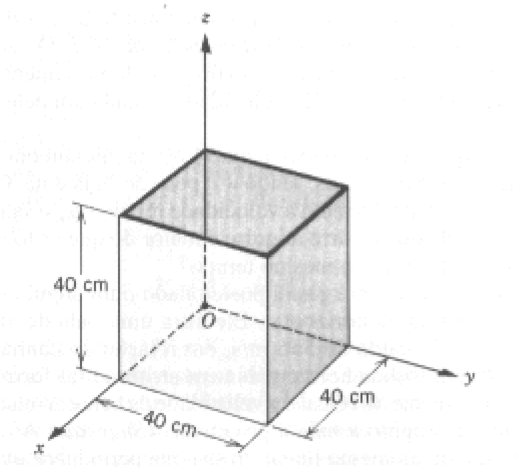
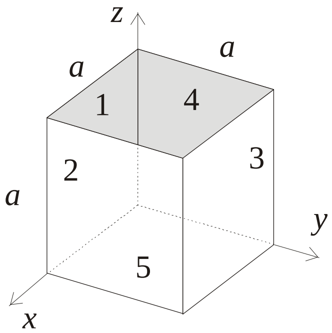


Fig. 34 Problema 19.

(Pág. 189)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



Chamaremos os lados da caixa de 1, 2, 3, 4 e 5. Resolveremos o problema determinando o centro de massa de cada lado da caixa e em seguida consideraremos a caixa como uma coleção de massas pontuais, cada uma com massa igual à massa de um lado da caixa. Depois encontraremos o centro de massa desse conjunto de massas pontuais. O centro de massa de cada lado da caixa é:

$$\mathbf{r}_1 = \frac{a}{2}\mathbf{i} + \frac{a}{2}\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_2 = a\mathbf{i} + \frac{a}{2}\mathbf{j} + \frac{a}{2}\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_3 = \frac{a}{2}\mathbf{i} + a\mathbf{j} + \frac{a}{2}\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_4 = \frac{a}{2}\mathbf{j} + \frac{a}{2}\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_5 = \frac{a}{2}\mathbf{i} + \frac{a}{2}\mathbf{j}$$

O centro de massa da caixa está localizado em:

$$\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} = \frac{1}{\sum m_i}\sum m_i \mathbf{r}_\mathbf{i} = \frac{1}{5m}\left(m\mathbf{r}_\mathbf{1} + m\mathbf{r}_\mathbf{2} + m\mathbf{r}_\mathbf{3} + m\mathbf{r}_\mathbf{4} + m\mathbf{r}_5\right)$$

$$\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} = \frac{1}{5}\left(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_5\right)$$

$$\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} = \frac{1}{5}\left(5\frac{a}{2}\mathbf{i} + 5\frac{a}{2}\mathbf{j} + 2a\mathbf{k}\right)$$

$$\mathbf{r}_{\mathbf{CM}} = \frac{a}{2}\mathbf{i} + \frac{a}{2}\mathbf{j} + \frac{2}{5}a\mathbf{k}$$

Logo:

$$\boxed{x_{CM} = 20 \text{ cm}}$$

$$\boxed{y_{CM} = 20 \text{ cm}}$$

$$\boxed{z_{CM} = 16 \text{ cm}}$$

[Início]

20. Um tanque cilíndrico está inicialmente cheio com gasolina para avião. Drena-se o tanque através de uma válvula no fundo (veja a Fig. 35). (a) Descreva qualitativamente o movimento do centro de massa do tanque e de seu conteúdo, à medida que a gasolina escoa. (b) Qual é a profundidade *x* do nível de gasolina quando o centro de massa do tanque e de seu conteúdo estiver em sua posição mais baixa? Expresse sua resposta em termos de *H*, a altura do tanque; *M*, sua massa; e *m*, a massa da gasolina que ele pode conter.

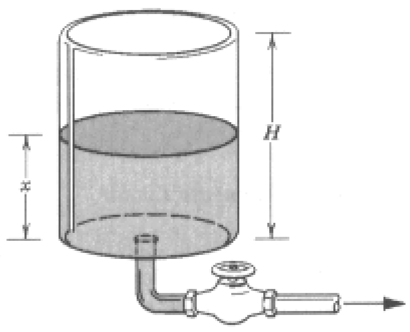


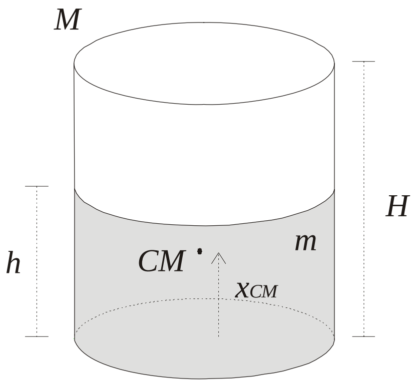
Fig. 35 Problema 20.

(Pág. 189)

Solução.

(a) Quando o tanque de gasolina está cheio o centro de massa do sistema tanque+gasolina está no centro do tanque. À medida que a gasolina é escoada do tanque o centro de massa do sistema começa a baixar. Como o centro de massa do tanque vazio também se localiza no centro do tanque, deduz-se que em algum momento do escoamento da gasolina o centro de massa do sistema deve atingir um nível vertical mínimo e, a partir daí, voltar a subir em direção ao centro do tanque.

(b) Considere o seguinte esquema:



Para resolver este problema temos de construir uma função matemática para a posição do centro de massa (x_{CM}) em função do nível de gasolina no tanque (h). Em seguida devemos encontrar o valor de h que minimiza x_{CM} (dx_{CM}/dh = 0). A posição do centro de massa é dada por:

$$x_{CM} = \frac{1}{\sum m_i}\sum m_i x_i = \frac{1}{(m_t + m_c)}(m_t x_t + m_c x_c)$$

$$x_{CM} = \frac{1}{\left(m_{(h)} + M\right)}\left(m_{(h)}\frac{h}{2} + M\frac{H}{2}\right)$$

$$x_{CM} = \frac{m_{(h)}h + MH}{2\left(m_{(h)} + M\right)} \qquad (1)$$

Como a massa da gasolina depende do seu nível no tanque $m_{(h)}$, precisamos determinar a função $m_{(h)}$. Para isso utilizaremos a densidade da gasolina ρ:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_{(h)}}{V_{(h)}}$$

Ou seja:

$$m_{(h)} = \frac{m}{V}V_{(h)} = \frac{m}{AH}Ah$$

$$m_{(h)} = \frac{mh}{H} \qquad (2)$$

Substituindo-se (2) em (1):

$$x_{CM} = \frac{\frac{mh}{H}h + MH}{2\left(\frac{mh}{H} + M\right)}$$

$$x_{CM} = \frac{mh^2 + MH^2}{2(mh + MH)} \qquad (3)$$

Vamos agora encontrar o valor de h que minimiza x_{CM} (dx_{CM}/dh = 0):

$$\frac{dx_{CM}}{dh} = \frac{2mh.2(mh + MH) - (mh^2 + MH^2).2m}{4(mh + MH)^2} = 0 \qquad (4)$$

Como todas as grandezas envolvidas são positivas, (4) somente será verdadeira se:

$$4mh(mh + MH) = 2m(mh^2 + MH^2)$$

$$mh^2 + 2MHh - MH^2 = 0 \qquad (5)$$

A Eq. 4 é uma equação do segundo grau e sua solução é:

$$h_{\min} = \frac{MH}{m}\left(\pm\sqrt{1+\frac{m}{M}}-1\right)$$

Como h_{min} deve ser positivo, o termo entre parênteses também deve ser positivo. Para que isso ocorra o sinal da raiz quadrada deve ser positivo.

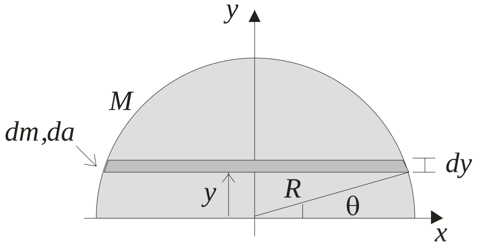
$$\boxed{h_{\min} = \frac{MH}{m}\left(\sqrt{1+\frac{m}{M}}-1\right)}$$

[Início]

21. Encontre a posição do centro de massa de uma placa semicircular homogênea, de raio R.
(Pág. 189)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



Por simetria, deduz-se imediatamente que x_{CM} = 0. O valor de y_{CM} deve ser calculado.

$$y_{CM} = \frac{1}{M}\int ydm \qquad (1)$$

A densidade superficial de massa β é definida por:

$$\beta = \frac{M}{A} = \frac{dm}{da}$$

$$dm = \frac{M}{A}da \qquad (2)$$

Onde:

$$A = \frac{\pi R^2}{2} \qquad (3)$$

$$da = 2R\cos\theta dy \qquad (4)$$

Substituindo-se (3) e (4) em (2):

$$dm = \frac{2M}{\pi R^2}2R\cos\theta dy = \frac{4M}{\pi R}\cos\theta dy \qquad (5)$$

Mas:

$$\cos\theta = \left(1-\operatorname{sen}^2\theta\right)^{1/2} = \left[1-\left(\frac{y}{R}\right)^2\right]^{1/2} \qquad (6)$$

Substituindo-se (6) em (5):

$$dm = \frac{4M}{\pi R}\left[1-\left(\frac{y}{R}\right)^2\right]^{1/2} dy \qquad (7)$$

Substituindo-se (7) em (1):

$$y_{CM} = \frac{4}{\pi R}\int_0^R y\left[1-\left(\frac{y}{R}\right)^2\right]^{1/2} dy \qquad (8)$$

Modificando-se (8) para:

$$y_{CM} = -\frac{2R}{\pi}\int_0^R \left(-\frac{2y}{R^2}\right)\left[1-\left(\frac{y}{R}\right)^2\right]^{1/2} dy$$

Podemos identificar o seguinte padrão no integrando:

$$y_{CM} = -\frac{2R}{\pi}\int_0^R f'_{(y)}.f_{(y)}^{1/2} dy$$

Onde:

$$f_{(y)} = 1-\left(\frac{y}{R}\right)^2 \qquad \text{e} \qquad f'_{(y)} = \frac{df_{(y)}}{dy} = -\frac{2y}{R^2}$$

A solução da integral acima é:

$$y_{CM} = -\frac{2R}{\pi}.\left.\frac{f_{(y)}^{3/2}}{3/2}\right|_0^R = -\frac{2}{\pi}.\frac{2}{3}\left.\left[1-\left(\frac{y}{R}\right)^2\right]^{3/2}\right|_0^R = -\frac{4R}{3\pi}\left(-1^{3/2}\right)$$

$$\boxed{y_{CM} = \frac{4R}{3\pi}}$$

[Início]

23. Um caminhão de 2.000 kg move-se para o Norte a 40,0 km/h e vira para o Leste; ele acelera até adquirir a velocidade de 50 km/h. (a) Qual foi a variação da energia cinética do caminhão? (b) Quais o módulo, a direção e o sentido da variação do momento linear do caminhão?

(Pág. 189)

Solução.

(a)

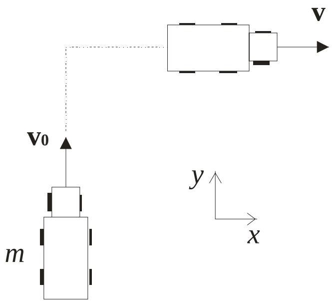
$$\Delta K = K - K_0 = \frac{1}{2}m\left(v^2 - v_0^2\right)$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}(2.000 \text{ kg})\left[\left(50,0 \text{ km/h}\times\frac{1 \text{ m/s}}{3,6 \text{ km/h}}\right)^2 - \left(40,0 \text{ km/h}\times\frac{1 \text{ m/s}}{3,6 \text{ km/h}}\right)^2\right]$$

$$\Delta K = 6,9444\cdots\times 10^4 \text{ J}$$

$$\boxed{\Delta K \approx 6,94\times 10^4 \text{ J}}$$

(b) Considere o seguinte esquema da situação:



Os valores de $\mathbf{v_0}$ e $\mathbf{v}$, de acordo com o referencial adotado, são $\mathbf{v_0} = v_0\,\mathbf{j}$ e $\mathbf{v} = v\,\mathbf{i}$. Logo:

$$\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p} - \mathbf{p_0} = m\mathbf{v} - m\mathbf{v_0}$$

$$\boxed{\Delta\mathbf{p} \approx \left(2,78\times10^4\ \text{kg.m/s}\right)\mathbf{i} - \left(2,22\times10^4\ \text{kg.m/s}\right)\mathbf{j}}$$

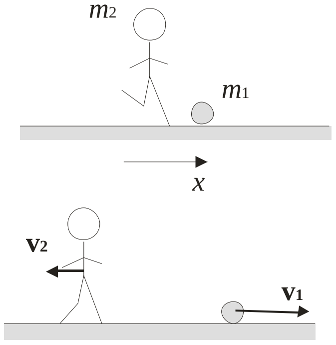
[Início]

29. Um homem de 80 kg, em pé numa superfície sem atrito, chuta para a frente uma pedra de 100 g de modo que ela adquire a velocidade de 4,0 m/s. Qual é a velocidade que o homem adquire?

(**Pág. 190**)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



Como o somatório das forças externas que agem sobre homem/pedra é zero, o momento linear é conservado durante todo o evento. Em *x*:

$$P_{0x} = P_x$$

$$p_{0x,1} + p_{0x,2} = p_{x,1} + p_{x,2}$$

$$0 + 0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$v_2 = -\frac{m_1 v_1}{m_2} = -\frac{(0{,}100\ \text{kg})(4{,}0\ \text{m/s})}{(80\ \text{kg})}$$

$$\boxed{v_{2x} = -5{,}0\times10^{-3}\ \text{m/s}}$$

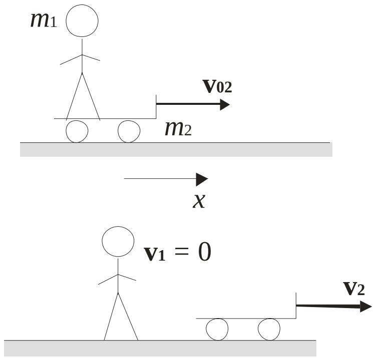
[Início]

30. Um homem de 75,2 kg encontra-se em uma carroça de 38,6 kg que se move à velocidade de 2,33 m/s. Ele salta da carroça de tal maneira que atinge o solo com velocidade horizontal nula. Qual será a variação na velocidade do veículo?

(**Pág. 190**)

Solução.

Considere o seguinte esquema:



Admitindo-se que o efeito do atrito no eixo das rodas e entre as rodas e o solo seja desprezível durante o evento, o momento linear será conservado na coordenada *x*.

$$P_{0x} = P_x$$

$$p_{0x,1} + p_{0x,2} = p_{x,1} + p_{x,2}$$

$$(m_1 + m_2)v_{01} = 0 + m_2 v_2$$

$$v_2 = \frac{m_1 + m_2}{m_2} v_{01} = 6{,}8873\cdots \text{ m/s}$$

$$\boxed{v_2 \approx 6{,}89 \text{ m/s}}$$

Pode-se analisar a situação do ponto de vista do movimento do centro de massa, cuja velocidade não se altera. Como a maior parte da massa do sistema (homem) fica em repouso após saltar da carroça, para que a velocidade do centro de massa permaneça constante a carroça, cuja massa é menor, deve mover-se com velocidade maior.

[Início]

31. Um vagão de estrada de ferro, de peso *W*, pode mover-se sem atrito ao longo de um trilho horizontal reto. Inicialmente, um homem de peso *w* está em pé no vagão, que se move para a direita com velocidade v_0. Qual será a variação na velocidade do vagão se o homem correr para a esquerda (Fig. 37), de modo que sua velocidade relativa ao vagão seja v_{rel}, imediatamente antes de ele pular para fora do vagão na extremidade esquerda?

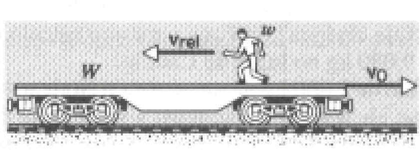
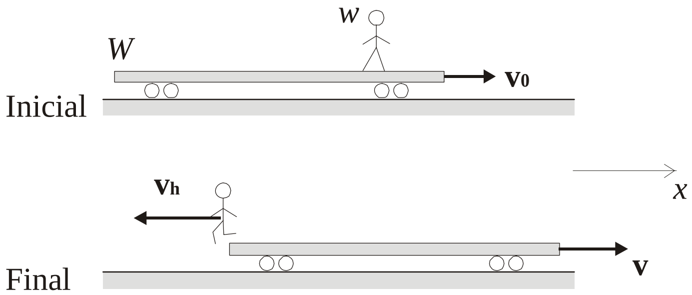


Fig. 37 Problema 31.

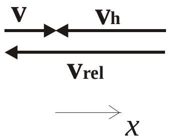
(Pág. 190)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



Considere o seguinte esquema de velocidades:



A partir do esquema acima, tem-se:

$$v_h = v + v_{rel} \qquad (1)$$

Admitindo-se que haja conservação do momento linear em x durante todo o evento:

$$P_{0x} = P_x$$

$$p_{0x,h} + p_{0x,v} = p_{x,h} + p_{x,v}$$

$$m_h v_0 + m_v v_0 = m_h v_h + m_v v$$

$$\left(\frac{w}{g} + \frac{W}{g}\right) v_0 = \frac{w}{g} v_h + \frac{W}{g} v$$

$$(w + W) v_0 = w v_h + W v \qquad (2)$$

Substituindo-se (1) em (2):

$$(w + W) v_0 = wv + wv_{rel} + Wv$$

$$(w + W) v_0 = wv_{rel} + (w + W) v$$

$$\boxed{v - v_0 = -\frac{w}{(w + W)} v_{rel}}$$

O sinal negativo indica que o vagão sofreu uma variação de velocidade positiva (para a direita), tendo-se em vista que v_{rel} é negativa.

[Início]

39. Uma bala de 3,54 g é atirada horizontalmente sobre dois blocos em repouso sobre uma mesa sem atrito, como mostra a Fig. 38a. A bala passa através do primeiro bloco, de 1,22 kg de massa, e fica engastada no segundo, de massa de 1,78 kg. Os blocos adquirem as velocidades de 0,630 m/s e 1,48 m/s respectivamente, conforme a Fig. 38b. Desprezando a massa removida do primeiro bloco pela bala, determine (a) A velocidade da bala imediatamente após emergir do primeiro bloco e (b) sua velocidade original.

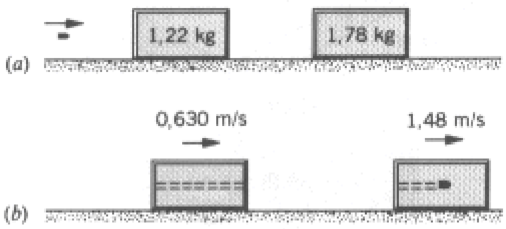
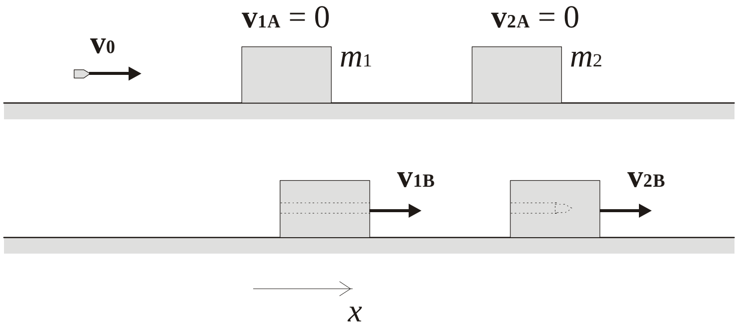


Fig. 38 Problema 39.

(Pág. 190)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



(a) Considerando-se que não há interferência de forças externas sobre o movimento do sistema, há conservação do momento linear. Seja m_b e v_{0b} a massa e a velocidade inicial da bala, m_1 a massa do bloco de 1,22 kg e m_2 a massa do bloco de 1,78 kg. Colisão entre a bala e m_2:

$$P_{0x} = P_x$$

$$p_{0x,b} + p_{0x,2} = p_{x,b} + p_{x,2}$$

$$m_b v_b = (m_b + m_2) v_2$$

$$v_b = \frac{m_b + m_2}{m_b} v_2 = 745,6607\cdots \text{m/s} \quad (1)$$

$$\boxed{v_b \approx 746 \text{ m/s}}$$

(b) Colisão entre a bala e m_1:

$$P_{0x} = P_x$$

$$p_{0x,b} + p_{0x,1} = p_{x,b} + p_{x,1}$$

$$m_b v_{0b} = m_b v_b + m_1 v_1 \quad (2)$$

Substituindo-se (1) em (2):

$$v_{0b} = \left(1 + \frac{m_2}{m_b}\right) v_2 + \frac{m_1}{m_b} v_1 = 962,7794\cdots \text{m/s}$$

$$\boxed{v_{0b} \approx 963 \text{ m/s}}$$

[Início]

43. Um bloco de massa *m* está em repouso sobre uma cunha de massa *M* que, por sua vez, está sobre uma mesa horizontal, conforme a Fig. 39. Todas as superfícies são sem atrito. O sistema parte do repouso, estando o ponto *P* do bloco à distância *h* acima da mesa; qual será a velocidade da cunha no instante em que o ponto *P* tocar a mesa?

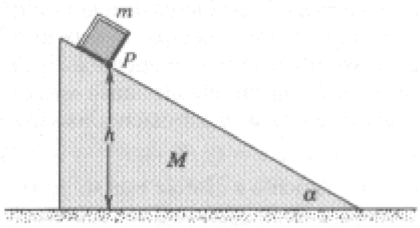


Fig. 39 Problema 43.

(Pág. 191)

Solução.

Vamos denominar o bloco de corpo 1 e a cunha de corpo 2. As forças externas que atuam sobre o sistema são a força da gravidade sobre *m* e *M* e a força normal sobre *M*. As forças normal e da gravidade atuam na vertical e, como a cunha se desloca na horizontal, não executam trabalho. Portanto, o sistema é conservativo. Logo, a energia mecânica inicial (E_0) é igual à energia mecânica final (E).

$$E_0 = E$$

$$K_{0,1} + K_{0,2} + U_{0,1} + U_{0,2} = K_1 + K_2 + U_1 + U_2$$

$$0 + 0 + mgh + Mgy_{CM,2} = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2 + 0 + Mgy_{CM,2}$$

$$2mgh = mv_1^2 + Mv_2^2$$

$$v_2^2 = \frac{1}{M}\left(2mgh - mv_1^2\right) \qquad (1)$$

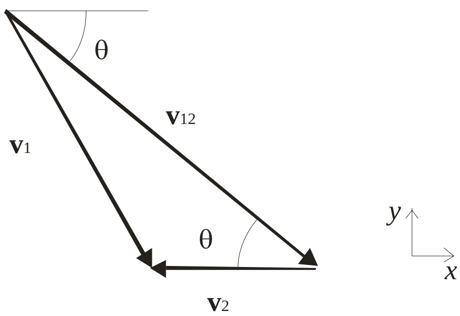
O momento linear em *x* também é conservado.

$$P_{0x} = P_x$$

$$p_{0x,1} + p_{0x,2} = p_{x,1} + p_{x,2}$$

$$0 + 0 = mv_{1x} + Mv_{2x} = mv_{1x} - Mv_2 \qquad (2)$$

O esquema das velocidades que agem no sistema é mostrado a seguir, onde $\mathbf{v_1}$ e $\mathbf{v_2}$ são as velocidades de *m* e *M* em relação ao solo e $\mathbf{v_{12}}$ é a velocidade de *m* em relação a *M*:



A partir do esquema acima podemos perceber que:

$$v_{1x} = v_{12}\cos\theta - v_2\,, \qquad (3)$$

E, pela lei dos cossenos:

$$v_1^2 = v_2^2 + v_{12}^2 - 2v_2 v_{12}\cos\theta \tag{4}$$

Substituindo-se (3) em (2):

$$0 = mv_{12}\left(\cos\theta - v_2\right) - Mv_2$$

$$v_{12} = \frac{\left(m+M\right)v_2}{m\cos\theta} \tag{5}$$

Substituindo-se (5) em (4):

$$v_1^2 = v_2^2 + \left[\frac{\left(m+M\right)v_2}{m\cos\theta}\right]^2 - 2v_2\left[\frac{\left(m+M\right)v_2}{m\cos\theta}\right]\cos\theta$$

$$v_1^2 = v_2^2\left[1+\frac{\left(m+M\right)^2}{m^2\cos^2\theta} - \frac{2\left(m+M\right)}{m}\right] \tag{6}$$

Substituindo-se (6) em (1):

$$v_2^2 = \frac{1}{M}\left\{2mgh - mv_2^2\left[1+\frac{\left(m+M\right)^2}{m^2\cos^2\theta} - \frac{2\left(m+M\right)}{m}\right]\right\} \tag{7}$$

Desenvolvendo-se a equação (7), chega-se a:

$$v_2^2 = \frac{2m^2gh\cos^2\theta}{\left(m+M\right)\left[M + m\left(1-\cos^2\theta\right)\right]}$$

Logo:

$$\boxed{v_2 = -\left\{\frac{2m^2gh\cos^2\theta}{\left(m+M\right)\left[M + m\left(1-\cos^2\theta\right)\right]}\right\}^{1/2}}$$

[Início]